Anton NEGRILĂ
Maria NEGRILĂ

matematică
algebră
geometrie

clasa a VII-a

partea a II-a

ediția a XIV-a

mate 2000 – consolidare

Cuprins

Algebră

Capitolul I
Ecuaţii şi sisteme de ecuaţii liniare

PP Competenţe specifice

- C1. Identificarea unei situaţii date rezolvabile prin ecuaţii sau sisteme de ecuaţii liniare
- C2. Utilizarea regulilor de calcul cu numere reale pentru verificarea soluţiilor unor ecuaţii sau sisteme de ecuaţii liniare
- C3. Utilizarea transformărilor echivalente în rezolvarea unor ecuaţii şi sisteme de ecuaţii liniare
- C4. Redactarea rezolvării ecuaţiilor şi sistemelor de ecuaţii liniare
- C5. Stabilirea unor metode de rezolvare a ecuaţiilor sau a sistemelor de ecuaţii liniare
- C6. Transpunerea matematică a unor situaţii date, utilizând ecuaţii şi/sau sisteme de ecuaţii liniare

PE-PP 1. Ecuaţii de gradul I cu o necunoscută

Ecuațiile sunt propoziții matematice cu una sau mai multe variabile, în care apare o singură dată semnul egal („=”).

Exemple:

1. $2x - 7 = x + 2$; 2. $3y + 2y - 8 = 0$; 3. $3(z + 2) = 3z + 6$.

Observații:

- $x, y, z, \dots$ poartă denumirea de variabile (necunoscute).
- Ceea ce este scris în stânga semnului egal se numește membrul stâng al ecuației, iar ceea ce este scris în dreapta semnului egal poartă denumirea de membrul drept al ecuației.

DEFINIŢII: Un număr real se numește **soluție** pentru o ecuație dacă, înlocuind necunoscuta cu acel număr în ecuația dată, propoziția obținută este adevărată. Mulțimea soluțiilor unei ecuații se notează cu S.

O ecuație de forma $ax + b = 0$, unde $a, b \in \mathbb{R}$ și $a \neq 0$, se numește **ecuație de gradul I cu o necunoscută**. Numerele reale a și b se numesc **coeficienți** (a este **coeficientul necunoscutei**, iar b se numește **termen liber**), iar x se numește **necunoscută** sau **variabilă**.

Se numește **soluție** a ecuației $ax + b = 0$, unde $a, b \in \mathbb{R}$ și $a \neq 0$, un număr $x_0 \in \mathbb{R}$ pentru care propoziția $ax_0 + b = 0$ este adevărată.

A rezolva o ecuație înseamnă a determina toate soluțiile sale. Aceste soluții formează mulțimea soluțiilor ecuației date și se notează, de regulă, cu S.

Dacă după o ecuație urmează o precizare de forma $x \in M$, aceasta indică mulțimea în care ia valori necunoscuta. Se spune că ecuația dată este definită pe mulțimea M (sau că se rezolvă în mulțimea M). Dacă nu se face nicio precizare, se consideră $M = \mathbb{R}$.

Exemple:

- Numărul 9 este soluție a ecuației $2x - 7 = x + 2$ pentru că, înlocuind în ecuație pe x cu 9, se obține o propoziție adevărată: $2 \cdot 9 - 7 = 9 + 2$ (A) .
- Orice număr real este soluție pentru ecuația $3(z + 2) = 3z + 6$; din această cauză, ecuația se mai numește și **identitate**.
- Există ecuații care nu au nicio soluție reală.
  Exemple: $4(x - 3) = 4x + 10$; $2z + 5 = 2(z + 9)$ etc.
  Mulțimea soluțiilor acestor ecuații este $\varnothing$.

1.1. Echivalența ecuațiilor

Înlocuind necunoscuta x cu numărul 3 în ecuația $3x + 2 = 11$, constatăm că obținem o propoziție adevărată: $3 \cdot 3 + 2 = 11$. Deci, numărul 3 este soluție a ecuației. Putem spune că am rezolvat ecuația? Nu încă, deoarece nu suntem siguri că am aflat toate soluțiile. Să presupunem că numărul a este soluție (și el) a ecuației $3x + 2 = 11$. Atunci, înlocuind necunoscuta x cu numărul a, obținem propoziția adevărată (egalitatea) $3a + 2 = 11$. Vom scădea din ambii membri ai ei numărul 2, de unde rezultă că $3a + 2 - 2 = 11 - 2$, adică $3a = 9$. Vom împărți ambii membri cu 3 și obținem $a = 9 : 3$. Deci, $a = 3$.

Numai acum putem afirma că am rezolvat ecuația; ea are o singură soluție, și anume numărul 3. Și ecuația $x = 3$ are ca soluție doar numărul 3.

Deci, ecuațiile: $3x + 2 = 11$ și $x = 3$ au aceeași soluție, ele fiind **echivalente**.

Două ecuații sunt echivalente în cazul în care au aceleași soluții. O ecuație simplă de forma $x = a$, unde a este număr real dat, are ca soluție doar numărul a. Atunci când rezolvăm o ecuație oarecare, încercăm să găsim o alta, de forma $x = a$, care să fie echivalentă cu cea dată. Putem folosi următoarele reguli, care conduc la ecuații echivalente:

1) Se pot trece termenii dintr-un membru în celălalt, schimbându-le semnul.
2) Se pot înmulți (împărți) ambii membri ai ecuației cu numere diferite de zero.

1.2. Ecuații de gradul I cu o necunoscută. Ecuații reductibile la ecuații de gradul I cu o necunoscută

În general, o ecuație de forma $ax + b = 0$, unde a și b sunt numere reale (iar $a \neq 0$), va fi numită *ecuație de gradul I cu o necunoscută*.

O asemenea ecuație se rezolvă în două etape:

1. Scădem din ambii membri pe b și obținem $ax = -b$.

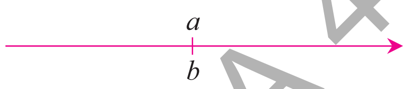
2. Împărțim ambii membri cu a și obținem $x = -\dfrac{b}{a}$. Această ultimă ecuație are evident ca unică soluție numărul real $-\dfrac{b}{a}$ și este echivalentă cu ecuația $ax + b = 0$.

Observații:

- Dacă $a = 0$ și $b = 0$, atunci propoziția cu o variabilă $ax = -b$ se scrie $0x = 0$, deci orice număr real este soluție a ecuației.
- Dacă $a = 0$, $b \neq 0$, atunci propoziția cu o variabilă $ax = -b$ devine $0x = -b$, ceea ce este imposibil, deoarece produsul niciunui număr real cu zero nu este un număr real diferit de zero. În general, ecuațiile nu se prezintă sub această formă simplă, însă le putem aduce la aceasta folosind regulile care conduc la ecuații echivalente.

1.3. RELAȚIA DE EGALITATE ÎN MULȚIMEA NUMERELOR REALE. PROPRIETĂȚI

Spunem că două numere reale a și b sunt egale dacă se reprezintă în același punct pe axa numerelor.



Exemple:

1. Dacă $a = 3$ și $b = \sqrt{9}$, atunci $a = b$, deoarece $\sqrt{9} = 3$.

2. Dacă $a = \left(2 - \sqrt{3}\right)^2$ și $b = 7 - 4\sqrt{3}$, atunci $a = b$, deoarece $\left(2 - \sqrt{3}\right)^2 = 7 - 4\sqrt{3}$.

Proprietăţile relaţiei de egalitate pe mulţimea numerelor reale:

1. Reflexivitatea: $x = x$, pentru orice $x \in \mathbb{R}$.

2. Simetria: dacă $x = y$, atunci $y = x$, pentru orice $x, y \in \mathbb{R}$.

3. Tranzitivitatea: dacă $x = y$ și $y = z$, atunci $x = z$, pentru orice $x, y, z \in \mathbb{R}$.

Egalitatea se păstrează dacă adunăm (scădem) din ambii membri ai unei egalități același termen sau dacă înmulțim (împărțim) o egalitate printr-un factor nenul. Adică au loc următoarele echivalențe, numite proprietăți de compatibilitate între relația de egalitate și operațiile cu numere reale:

$a = b \Leftrightarrow a + x = b + x$, $(\forall)\ a, b, x \in \mathbb{R}$;

$a = b \Leftrightarrow a - x = b - x$, $(\forall)\ a, b, x \in \mathbb{R}$;

$a = b \Leftrightarrow a \cdot x = b \cdot x$, $(\forall)\ a, b, x \in \mathbb{R}$ $(x \neq 0)$;

$a = b \Leftrightarrow a : x = b : x$, $(\forall)\ a, b, x \in \mathbb{R}$ $(x \neq 0)$.

Pe scurt, putem spune că:

- dacă două egalități se adună, se scad, se înmulțesc sau se împart membru cu membru, se obține tot o egalitate. Altfel spus, avem:

$$\text{dacă } \begin{cases} a = b \\ c = d \end{cases}, \text{ atunci } \begin{cases} a + c = b + d \\ a - c = b - d \end{cases} \text{ și } \begin{cases} a \cdot c = b \cdot d \\ \dfrac{a}{c} = \dfrac{b}{d}\ (c \neq 0;\ d \neq 0) \end{cases}.$$

Exemplu: Demonstrați că dacă $x^2 + y^2 = 2xy$, atunci $x = y$.

Adunând în ambii membri ai egalității numărul real $-2xy$, obținem egalitatea $x^2 + y^2 - 2xy = 2xy - 2xy$, care este echivalentă cu egalitatea $(x - y)^2 = 0$. Deoarece pătratul unui număr real este zero doar când numărul dat este zero, rezultă $x - y = 0$. Adunând în ambii membri ai egalității numărul y, rezultă $x = y$.

activități de învățare

PE Înțelegere *

1. Determinați valorile reale ale lui x pentru care egalitățile de mai jos sunt adevărate:

a) $2x + 3 = 7$; b) $4x - 7 = 9$; c) $2x - 1 = -9$; d) $6x - 5 = 7$;
e) $3x + 14 = 23$; f) $4x - 3 = -19$; g) $2x - 9 = -17$; h) $2x + 13 = 5$;
i) $2x + 5 = 13$; j) $3x + 7 = 16$; k) $2x - 1 = x + 3$; l) $3x - 2 = x + 6$;
m) $4x + 7 = 31$; n) $-2x + 5 = 11$; o) $5x + 6 = -14$; p) $-6x + 11 = -25$.

2. Stabiliți mulțimea soluțiilor pentru fiecare ecuație în parte:

a) $3x + 8 = 14$; b) $2x - 3 = x + 2$; c) $3x + 2 = x - 6$; d) $4x + 3 = x - 15$;
e) $3x - 8 = x + 4$; f) $3x - 11 = x - 23$; g) $4x + 5 = 2x + 13$; h) $5x - 9 = 3x + 1$;
i) $3x + 11 = -10$; j) $-7x + 19 = -16$; k) $5(x + 3) = -20$; l) $3x = x - 18$;
m) $-6x + 22 = -20$; n) $-11x - 91 = 30$; o) $4x + 15 = -5$; p) $8x = x + 49$.

3. Rezolvați ecuațiile:

a) $-9x + 17 = -10$; b) $3(x + 2) = 27$; c) $(x + 2) : 3 = -6$; d) $2(x + 1) - 3 = 5$;
e) $7 - 2(x + 3) = -11$; f) $15 + 3(x - 1) = -6$; g) $7(x - 2) - 13 = 8$; h) $6(x - 3) + 7 = -35$;
i) $4 - 3(x + 5) = -17$; j) $(3x + 1) : 5 = 5$; k) $3x - 8 = 13$; l) $-9 + 7x = 5x + 11$;
m) $6x - 13 = 2x - 1$; n) $2,5x - 3(1,5x + 2) = 4,8$; o) $5x - 9 + 2x = 19$;
p) $2x + \frac{1}{3} = -0,(6)$; r) $2x + \frac{1}{2} = -0,75 + \frac{1}{3}x$; s) $\frac{3(x-5)}{2} = 5x - 18$.

4. Arătați că următoarele ecuații sunt echivalente:

a) $2x + 1 = 7$ și $3x - 4 = 5$; b) $3(x - 2) = 12$ și $3(x + 5) = 33$;
c) $7(x + 1) = 6x$ și $3(x + 1) = -18$; d) $3x + 24 = -6$ și $-2(x - 1) = 22$;
e) $5(x + 4) = 25$ și $-6(2x - 5) = 18$; f) $4x - 13 = 11$ și $7(x + 3) = 63$.

5. a) Determinați valoarea numărului real m, știind că 3 este soluție a ecuației:
$$4(m + 1)x - 5mx + 7 = 2m - 6.$$
b) Determinați valoarea numărului real m, știind că -2 este soluție a ecuației:
$$3(m - 2)x - 2mx + 9 = 5m + 56.$$
c) Calculați valoarea numărului real m, pentru care 2 este soluție a ecuației:
$$7mx - 3(2m + 5)x - 11 = 4m - 17.$$
d) Aflați valoarea numărului real m, pentru care -3 este soluție a ecuației:
$$-9mx + 8(3m - 4)x + 18 - m = 36 + 6m.$$
e) Determinați valoarea numărului real m, pentru care -4 este soluție a ecuației:
$$3mx - 2(3m - 4)x + 13 + 7m = 14 + 8m.$$

6. a) Determinați valoarea reală a numărului a, știind că -3 este soluție a ecuației:
$$4x - a(x + 5) = 2ax + 16.$$
b) Determinați $a \in \mathbb{R}$, știind că 4 este soluție a ecuației: $a(7 - x) - 2x = 5ax + 26$.

c) Determinați numărul real a pentru care ecuația $2x + a = 4x + 3$ are soluția -2.

d) Determinați numărul real a pentru care ecuația $2ax + 5(x - 1) = 7x + 13 - 3a$ are soluția 1.

e) Determinați numărul real a pentru care ecuația $a(x + 2) + 3(x - 1) = ax - 3$ are soluția 2.

f) Determinați numărul real a pentru care ecuația $2x - a(x + 3) = 7ax + 27$ are soluția -5.

12. Rezolvați în mulțimea numerelor naturale ecuațiile:

a) $4(x + 3) - 3(2x + 3) = 7(x + 4) - 15(x + 1) + 8$;
b) $5(2x - 3) - 3(2x + 1) - 48 = 4(x + 3) - 4(4x + 7) + 30$;
c) $5(3x + 14) - 4(5x + 12) - 15 = 2(x + 38) - 4(2x + 13) - 11$;
d) $9(4x - 3) - 7(3x + 5) = 5(3x + 10) - 4(2x + 15) - 4$;
e) $2x(x + 1) - 3(x + 4) = 2x(x - 3) + 8$.

13. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuațiile:

a) $7(x + 2) - 2(x - 4) = 6(x + 2) - 9$;
b) $10(x - 1) - 3(4x - 7) - 2 = 4(3x - 5) + 1$;
c) $3(2x - 7) - 5(x - 2) - 3 = 2(x - 7) + 7$;
d) $4(x - 5) + 3(3x - 5) = 2(2x + 5) - 9$;
e) $5(2x + 1) - 8(1 - x) = 2(3x + 2) + 5$;
f) $3(5 + 4x) - 6(x + 2) = 5(2x - 1) - 4$;
g) $18(2 - x) + 6(7x - 12) = 5(2x - 1) - 3$;
h) $2(3x + 4) - 5(2x - 3) = 7(x - 3) + 11$;
i) $4(9x - 4) - 3(3x - 10) + 11 = 4(2x - 21) - 5$;
j) $2(5x - 4) + 6(4x - 3) + 11 = 6(3x - 4) - 7$.

14. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuațiile:

a) $3(4x - 7) - 4(5 - 3x) = 10x - 13$;
b) $5(2x - 1) - (15 + 19x) = 3x - 6(x + 2)$;
c) $3(2x - 7) - 5(x - 2) = 2x - 4$;
d) $5(2x + 1) - 2(3x + 2) + 3x = 13 - 5x$;
e) $5(2x - 1) - 3(1 - x) - 6(7x - 12) = 15(8 - x) - 84$;
f) $5(3 - 2x) - 3x - 2 - 6(2x - 3) = 2(3 - 4x) - 2(3x + 4)$;
g) $4(9x - 4) - 2(7 - 2x) - 7x = 5(x - 22) - 3(10 - 3x) - 4$;
h) $2(5x - 4) - (3x + 2) - 3(5x - 10) = 3x - 6(4x - 3) - 11$.

PE Aplicare și exersare **

15. Rezolvați ecuațiile următoare în mulțimea numerelor întregi:

a) $2[6(x + 3) - 3(x + 5)] - 4x = 6(x + 7)$;
b) $7x - 3[7(x + 3) - 5(x + 4)] = 5(x + 1)$;
c) $2[15 + 3(x - 1)] = 4(x + 7)$;
d) $3[4x - 3(x + 5)] = 2(2x - 23) - 19$;
e) $4[5(x - 2) - 3(x - 4)] + 5x - 11 = 6(x + 2) - 1$;
f) $2[18 - 4(3x - 9)] - 9 = 3[19 - 5(2x - 3)] - 21$;
g) $2[15 - 4(3x - 8)] - 7 = 3[18 - 5(2x - 3)] + 18$.

16. Rezolvați ecuațiile următoare în mulțimea numerelor reale:

a) $2[7(2x - 1) - 3(4x - 3)] - 12 = 5[1 - 2(2 - 3x)] - 19$;
b) $19 - 3[2(2 + 5x) - 11(2x + 1)] = 2[8 - 3(3 - 4x)] + 6$;
c) $3[3(2x - 5) - 2(4x - 1)] + 26 = 4[4(x + 3) - 3(x + 2)] + 13$;
d) $2[5(3x - 4) - 4(2x - 9) - 8] - 7 = 41 - 2[3(2x - 5) + 18]$;
e) $2\{7x - 3[3(x + 1) - 2(x + 4)] - 9\} = 5(x + 3)$;
f) $(x - 5)\{9x - 4[5(x - 2) - 3(x - 4)] + 3\} = x(x + 2) + 1$.

17. Rezolvați următoarele ecuații în mulțimea numerelor reale:

a) $\frac{x+3}{2} + \frac{x}{4} + \frac{2x+5}{6} = \frac{x+1}{4} - \frac{5}{12}$;
b) $\frac{2x-1}{20} + \frac{x+2}{15} - \frac{1}{4} = \frac{x+1}{12} + \frac{7}{12}$;
c) $\frac{2x+1}{3} + \frac{x}{6} - \frac{3}{4} = 2\frac{11}{12} + \frac{x-4}{2}$;
d) $\frac{8x-7}{7} - \frac{2x+9}{6} = \frac{6x+11}{14} - \frac{5}{21}$;
e) $\frac{4x+5}{14} - \frac{4(3x-11)}{21} = \frac{2(3-x)}{6} + \frac{9}{14}$;
f) $\frac{7x+6}{30} - \frac{2x-9}{12} = \frac{2x+13}{30} - \frac{x+8}{20} + \frac{2}{3}$.

PE Aprofundare și performanță ***

27. Rezolvați în mulțimea $\mathbb{Q}$ ecuațiile:

a) $\frac{x}{10}-\frac{1}{2}\left(\frac{x}{2}-\frac{x+\frac{1}{2}}{5}\right)=\frac{1-x}{4}$; b) $x-\frac{1}{15}\left(\frac{x}{2}-\frac{4-3x}{5}\right)=\frac{7x-\frac{x-3}{2}}{5}-\frac{11}{150}$;

c) $\frac{1}{2}\left(x-\frac{1}{3}\right)-\frac{1}{2}\left(\frac{x+2}{2}-\frac{2x-1\frac{1}{2}}{3}\right)=\frac{1}{4}$; d) $1-\frac{1}{3}\left(x-\frac{x+1}{3}\right)=\frac{x}{2}-\frac{2x-\frac{10-7x}{3}}{2}+\frac{8}{9}$.

28. Rezolvați în mulțimea $\mathbb{Q}$ ecuațiile:

a) $x\cdot 3^{2020}=\left(3^{2020}-1\right):\left(1+\frac{1}{3}+\frac{1}{3^2}+\frac{1}{3^3}+\ldots+\frac{1}{3^{2019}}\right)$;

b) $x\left(1-\frac{1}{2}\right)\left(1-\frac{1}{3}\right)\left(1-\frac{1}{4}\right)\cdot\ldots\cdot\left(1-\frac{1}{2020}\right)=\frac{1}{2020}$;

c) $x\left(-\frac{1}{1\cdot 2}-\frac{1}{2\cdot 3}-\frac{1}{3\cdot 4}-\frac{1}{4\cdot 5}-\ldots-\frac{1}{2019\cdot 2020}\right)=-\frac{2019}{2020}$.

29. Rezolvați în mulțimea $\mathbb{Q}$ ecuațiile:

a) $|x-3|=4$; b) $|x+2|=5$; c) $|2x-1|=5$; d) $\left|\frac{2x+1}{3}\right|=3$;

e) $|2x+5|+|4x+10|=21$; f) $|2x-3|+|6x-9|=36$.

30. Scrieți elementele mulțimii $A=\{x\in\mathbb{Q}\mid |x-3|+|2x-6|+|3x-9|+|4x-12|=50\}$.

31. Rezolvați în mulțimea $\mathbb{Q}$ ecuațiile:

a) $|x|=3$; b) $8-|x|=3$; c) $|-x|=1$; d) $-7+|-x|=-2$;
e) $|x-1|=11$; f) $5-|x-4|=2$; g) $|2-x|=5$; h) $9-|5-x|=-3$;
i) $|2x+3|=7$; j) $11-|2x+1|=-4$; k) $-16+|2x-1|=-5$;
l) $-17+|-2x-7|=-8$; m) $13-|-2x-5|=4$; n) $-14+|-x-4|=-6$.

32. Rezolvați în mulțimea numerelor raționale ecuațiile:

a) $||x+3|-7|=4$; b) $||x+2|-5|=8$; c) $||x+1|-4|=7$; d) $|9-|x+4||=12$;
e) $|10-|x-3||=6$; f) $|9-|x-4||=11$; g) $||x+4|-3|=5$; h) $||x+6|-8|=7$;
i) $||x+2|-4|=6$; j) $||x+7|-10|=14$; k) $||x+12|-9|=6$; l) $||x+8|-13|=10$.

33. Rezolvați în mulțimea numerelor raționale ecuațiile:

a) $|2x-7|=11$; b) $|2x+5|=13$; c) $|2x+3|=9$; d) $|2x-13|=17$;
e) $|2x-11|=19$; f) $|2x-9|=7$; g) $|2x+15|=13$; h) $|2x-15|=21$;
i) $|5-|2x-1||=8$; j) $|7-|2x-3||=6$; k) $|9-|2x+5||=8$;
l) $|13-|2x+3||=10$; m) $|15-|2x+7||=12$; n) $|19-|2x-9||=16$;
o) $||2x-11|-7|=10$; p) $||2x-3|-5|=8$; r) $||2x+5|-9|=14$;
s) $||2x+7|-13|=12$; ș) $||2x-9|-15|=18$; t) $||2x+13|-11|=6$.

34. Rezolvați în mulțimea numerelor raționale ecuațiile:

a) $2[3|2x-7|-8]-23=15$; b) $3[3|2x+13|-12]-26=19$;
c) $2[3|2x+11|-9]-7=5$; d) $3[2|2x+3|-9]-7=8$;
e) $2[3|2x-3|-8]-5=9$; f) $2[3|2x-5|-4]-3=7$;
g) $2[3|2x+5|-7]-1=3$; h) $3[2|2x-7|-9]-7=8$;
i) $2[3|2x-9|-10]-7=15$; j) $3[4|2x+1|-9]-16=17$.

35. Rezolvați în mulțimea numerelor raționale ecuațiile:

a) $2[3|2x+5|-4]-7=3$; b) $2[3|2x-3|-8]-9=5$;
c) $2[3|2x-5|-7]-3=1$; d) $3[2|2x-3|-9]-8=7$;
e) $3[2|2x+3|-19]+22=7$; f) $2[3|2x-11|-9]-5=7$;
g) $2[3|2x-9|-10]-15=7$; h) $3[3|2x-13|-12]-19=26$;
i) $3[4|2x-1|-9]-17=16$; j) $2[3|2x+7|-8]-23=15$.

36. Rezolvați în mulțimea numerelor întregi ecuațiile:

a) $3[2|2x+3|-19]+8=17$; b) $2[3|2x+1|-8]-5=9$;
c) $3[3x-7+4|2x-5|]-11=3(3x-4)+16$;
d) $3[2|2x-7|+4x-9]=4(x+9)+3+8x$.

37. Rezolvați în mulțimea numerelor întregi ecuațiile:

a) $3[2|2x+3|+4(x-8)+23]=4(x+9)+8x-21$;
b) $2[3|2x+5|+2(3x-5)+1]=5(2x+7)+2x+1$;
c) $3[4|2x+5|+2(3x-7)+5]=5(6x+7)-12x+22$;
d) $5(x+2)-3|2x+5|+2(x+3)=7(x+3)-14$.

38. Rezolvați în mulțimea numerelor raționale ecuațiile:

a) $2[3|2x-3|-8]-9=5$; b) $3[2|2x-3|-9]-8=7$;
c) $2[3|2x-5|-7]-23=17$; d) $2[3|2x+5|-4]-17=29$.

39. Rezolvați în mulțimea numerelor raționale ecuațiile:

a) $3[3|2x+3|+4(x+5)-11]=4(x+9)+36+8x$;
b) $3[3|2x+5|+2(x-7)+5]=5(x+2)+x+44$;
c) $3(4x-5)-3|2x+7|+32=6(2x+1)-16$.

PE-PP **Supermate** ****

40. Rezolvați în mulțimea numerelor raționale ecuația:

$$\frac{2x+1}{2}+\frac{2x+2}{3}+\frac{2x+3}{4}+\frac{2x+4}{5}+\ldots+\frac{2x+(n-1)}{n}+\frac{2x+n}{n+1}=n,$$

unde $n\in\mathbb{N}^*$, n fixat.

41. Rezolvați în mulțimea numerelor naturale ecuația:

$$1+\frac{1}{1+2}+\frac{1}{1+2+3}+\frac{1}{1+2+3+4}+\ldots+\frac{1}{1+2+3+\ldots+x}=\frac{400}{201}.$$

42. Determinați numerele reale x și y, cu $x\geq 1$ și $y\geq 2$, pentru care:

$$x+y-2\sqrt{x-1}-4\sqrt{y-2}+2=0.$$

43. Rezolvați în mulțimea numerelor naturale ecuația:

$$\sqrt{1}+\sqrt{1+3}+\sqrt{1+3+5}+\sqrt{1+3+5+7}+\ldots+\sqrt{1+3+5+7+\ldots+(2x+3)}=720\cdot 2821.$$

44. Determinați numerele reale x, y, z pentru care următoarea egalitate este adevărată:

$$\sqrt{x+50}+\sqrt{y+100}+\sqrt{z+150}=\frac{x+y+z+312}{4}.$$

PE-PP Recapitulare şi sistematizare prin teste

TESTUL 1

• *Timp de lucru: 60 de minute. Se acordă 1 punct din oficiu.*

Subiectul I (*6 puncte*)

(1,5p) **1.** Rezolvați ecuațiile:

a) $-2x+3=-7$; b) $\frac{1}{2}x-1{,}7=2{,}3$; c) $\sqrt{2}x=3\sqrt{6}$.

(1p) **2.** Rezolvați ecuația:

$3(x-2)+2(1-x)=x+3(2x-5)-1$.

(1p) **3.** Arătați că numărul real $a=-2$ este soluție a ecuației:

$-5x+9=7x-4(x-6)+1$.

(1p) **4.** Rezolvați ecuația:

$2(3x-2)+3(x+3)+7=5(3x-5)-2(x-4)+9$.

(1,5p) **5.** Determinați valoarea numărului real m, pentru care ecuațiile de mai jos sunt echivalente.

$5(x-2)-3(x-1)=2(2-x)+5$ şi $3mx-2(m-2)x=2(4-m)-10$.

Subiectul al II-lea (*3 puncte*)

(1,5p) **1.** Rezolvați ecuația:

$|2x+1|=9$.

(1,5p) **2.** Rezolvați ecuația:

$$\frac{6x-5}{3}-\frac{10x-7}{8}=\frac{1}{12}-\frac{9-5x}{8}.$$

TESTUL 2

• *Timp de lucru: 60 de minute. Se acordă 1 punct din oficiu.*

Subiectul I (*6 puncte*)

(1,5p) **1.** Rezolvați ecuațiile:

a) $4x-9=-1$; b) $2{,}4-\frac{2}{5}x=1{,}6$; c) $\sqrt{3}+\sqrt{3}x=\sqrt{48}$.

(1p) **2.** Rezolvați ecuația:

$4(x-4)-3(2-x)=3x-2(x+5)+6$.

PE

Nume ____ **Clasa** _______

Test de autoevaluare

• *Se acordă 1 punct din oficiu. Timp de lucru: 100 de minute.*

I. Completați spațiile punctate astfel încât să obțineți propoziții adevărate. (3 puncte)

(0,5p) **1.** Soluția reală a ecuației $-0{,}4x + 6 = -2{,}4x$ este ....

(0,5p) **2.** Rezolvând ecuația: $\frac{5}{8}\left[\frac{5}{8}+\frac{5}{8}\left(\frac{8}{5}x+\frac{3}{5}\right)\right]=25$, se obține soluția ....

(0,5p) **3.** Ecuația $||2x - 5| - 9| = 12$ are soluțiile ....

(0,5p) **4.** Soluția ecuației $4x - 5(2 - x) = 3(x - 6) - 16$ este ....

(0,5p) **5.** Soluția rațională a ecuației $\frac{8{,}4}{12-x}=\frac{1{,}4}{3}$ $(x \neq 12)$ este ....

(0,5p) **6.** Soluția ecuației $\frac{5x-6}{12}-\frac{3x+1}{18}=\frac{4x-3}{9}-\frac{2x+3}{6}-\frac{5}{36}$ este ....

II. Încercuiți răspunsul corect. (2 puncte)

(0,5p) **1.** Soluția ecuației $9x - 5(x + 4) = 7(x - 8) - 24 + x$ este:

A. 12; B. 15; C. 18; D. 20.

(0,5p) **2.** Soluția ecuației $\frac{3x+1}{4}-\frac{7-x}{2}-2=\frac{4x-3}{3}-\frac{9-5x}{6}$ este:

A. –6; B. –4; C. –3; D. –2.

(0,5p) **3.** Soluția reală a ecuației $0{,}5(2x + 7) - 0{,}3(3x - 8) = 0{,}9x - 0{,}2(3x - 5) + 1{,}3$ este:

A. 16; B. 18; C. 20; D. 24.

(0,5p) **4.** Soluția ecuației $x\left(\frac{1}{1\cdot 3}+\frac{1}{3\cdot 5}+\frac{1}{5\cdot 7}+\ldots+\frac{1}{61\cdot 63}\right)=2-\frac{64}{63}$ este:

A. $\frac{1}{2}$; B. 1; C. $\frac{3}{2}$; D. 2.

III. Scrieți rezolvările complete. (4 puncte)

(1p) **1.** Rezolvați ecuația: $||x + 12| - 9| = 6$.

(1p) **2.** Rezolvați ecuația $3\{3(2x+3)-3[5(7-4x)+18(x-2)]-5\}=5[33-8(x+7)]-16$.

(1p) **3.** Determinați soluția reală a ecuației: $\frac{2x+9}{3}-\frac{5(2x+11)}{6}+4\frac{1}{2}=1\frac{1}{3}-\frac{3x+8}{2}$.

(1p) **4.** Determinați soluțiile reale ale ecuației: $2[3|2x+5|-12]-25=17$.

Subiectul	I.1	I.2	I.3	I.4	I.5	I.6	II.1	II.2	II.3	II.4	III.1	III.2	III.3	III.4
Punctajul														
Nota														